Leibniz Universität Hannover
Fakultät für Mathematik und Physik
Institut für Analysis

SEMINARANKÜNDIGUNG

für das Wintersemester 2020/21

Thema: Einführung in die Indextheorie

Veranstalter: Elmar Schrohe

Voraussetzungen: Analysis 1 und 2, Funktionalanalysis hilfreich, aber nicht notwendig

Überblick: Der Index eines stetigen linearen Operators $T : E \to F$ zwischen zwei Hilberträumen ist definiert durch

$$\operatorname{ind} T = \dim \operatorname{Kern} T - \dim (\operatorname{Bild} T)^{\perp},$$

sofern die Terme auf der rechten Seite endlich sind. Interessant ist der Index vor allem aus zwei Gründen:
(1) Während sich sowohl die Dimension des Kerns als auch die des Komplements von Bild T bei kleinen Störungen rasch ändern können, ist der Index eine stabile Invariante. Man hat daher eine Chance, ihn zu berechnen. Ferner ergeben sich wichtige Verbindungen zur Spektraltheorie.
(2) Elliptische Differentialoperatoren auf kompakten Mannigfaltigkeiten sind Fredholmoperatoren. Der Satz von Atiyah und Singer zur Berechnung ihres Index gilt in seinem Zusammenspiel von analytischen und topologischen Methoden als eine der größten Leistungen der Mathematik des 20.Jahrhunderts.
In diesem Seminar wollen wir zunächst die Grundzüge der Indextheorie erarbeiten. Anschließend wird der Indexsatz für Toeplitzoperatoren hergeleitet. Die Verbindungen zur Spektraltheorie sind unser nächstes Thema. Anschießend wollen wir versuchen, Fedosovs Indexformel für Pseudodifferentialoperatoren auf $\mathbb{R}^n$ zu verstehen und einen Ausblick auf den Satz von Atiyah und Singer zu geben.
Es sind geringe Vorkenntnisse aus der Funktionalanalysis erforderlich. Diese können Sie sich an Hand von ausgegebenem Material erarbeiten; ggf. kann dazu ein weiterer Vortrag stattfinden.

Das Seminar kann zu Bachelorarbeiten hinführen.

Literatur:

(1) John Conway. A Course in Functional Analysis, Springer, New York 1985.
(2) R.G. Douglas. Banach Algebra Techniques in Operator Theory, Springer, New York 1998.
(3) L. Hörmander: The Analysis of Linear Partial Differential Operators III, Springer, Berlin 2007.
(4) P. Lax. Functional Analysis. Wiley Interscience, New York 2002.
(5) D. Werner. Funktionalanalysis. Springer, Berlin 1995.

Mehr Information und Anmeldung:
Bis Freitag, den 02.10.2020, per email an: `schrohe@math.uni-hannover.de`.
Eine vorläufige Liste der verfügbaren Themen finden Sie `hier`.